CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

BTS M.E.M.A

Session : 2007

Le CSD Constant Speed Drive

ELEMENTS DE CORRECTION

CORRIGÉ

Première partie : Etude du différentiel

Q1 : Voir document réponse 1

Q2 : $\frac{\omega_{5/0}}{\omega_{6/0}} = -\frac{Z6}{Z5} = -\frac{71}{55} = -1,29 \Rightarrow \boxed{\vec{\Omega}_{5/0} = -1,29\ \vec{\Omega}_{6/0}}$

Q3 : $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{4/0}} = -\frac{Z4}{Z3b} = -\frac{45}{81} = -0,55 \Rightarrow \boxed{\vec{\Omega}_{3/0} = -0,55\ \vec{\Omega}_{4/0}}$ (1)

Etude du train épi :

Q4 : $r = \frac{\omega_{7a/6}}{\omega_{3/6}} = (-1)^1 \frac{Z3a \cdot Z1 \cdot Z2}{Z1 \cdot Z2 \cdot Z7a} = -\frac{Z3a}{Z7a} = -\frac{46}{42} = -1,09$

$\boxed{r = -1,09}$

Q5 : $\frac{\omega_{7a/0} - \omega_{6/0}}{\omega_{3/0} - \omega_{6/0}} = -\frac{Z3a}{Z7a}$ d'où $\boxed{\frac{\omega_{7a/0} - \omega_{6/0}}{\omega_{3/0} - \omega_{6/0}} = -\frac{46}{42} = -1,09}$ (2)

Q6 : avec (2) $\omega_{7a/0} - \omega_{6/0} = -1,09\,(\omega_{3/0} - \omega_{6/0})$

$1,09\ \omega_{3/0} = \omega_{6/0}(1 + 1,09) - \omega_{7a/0}$

avec (1) $1,09 \times (-0,555)\,\omega_{4/0} = 2,09\,\omega_{6/0} - \omega_{7a/0}$

$\omega_{4/0} = -\frac{2,09 \cdot \omega_{6/0} + \omega_{7a/0}}{0,605}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{\Omega}_{4/0} = 1,652\ \vec{\Omega}_{7a/0} - 3,45\ \vec{\Omega}_{6/0}}$ ... (3)

Q7 : Si le moteur ne tourne pas, alors $\vec{\Omega}_{4/0} = \vec{0}$

d'où (3) $1,652\ \vec{\Omega}_{7a/0} - 3,45\ \vec{\Omega}_{6/0} = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{\Omega}_{7a/0} = \frac{3,45\ \vec{\Omega}_{6/0}}{1,652}$ donc $\vec{\Omega}_{7a/0}$ tourne ds le m sens de $\vec{\Omega}_{6/0}$

et on veut impérativement que $\vec{\Omega}_{7/0} = +6000$ tr/min

CORRIGÉ

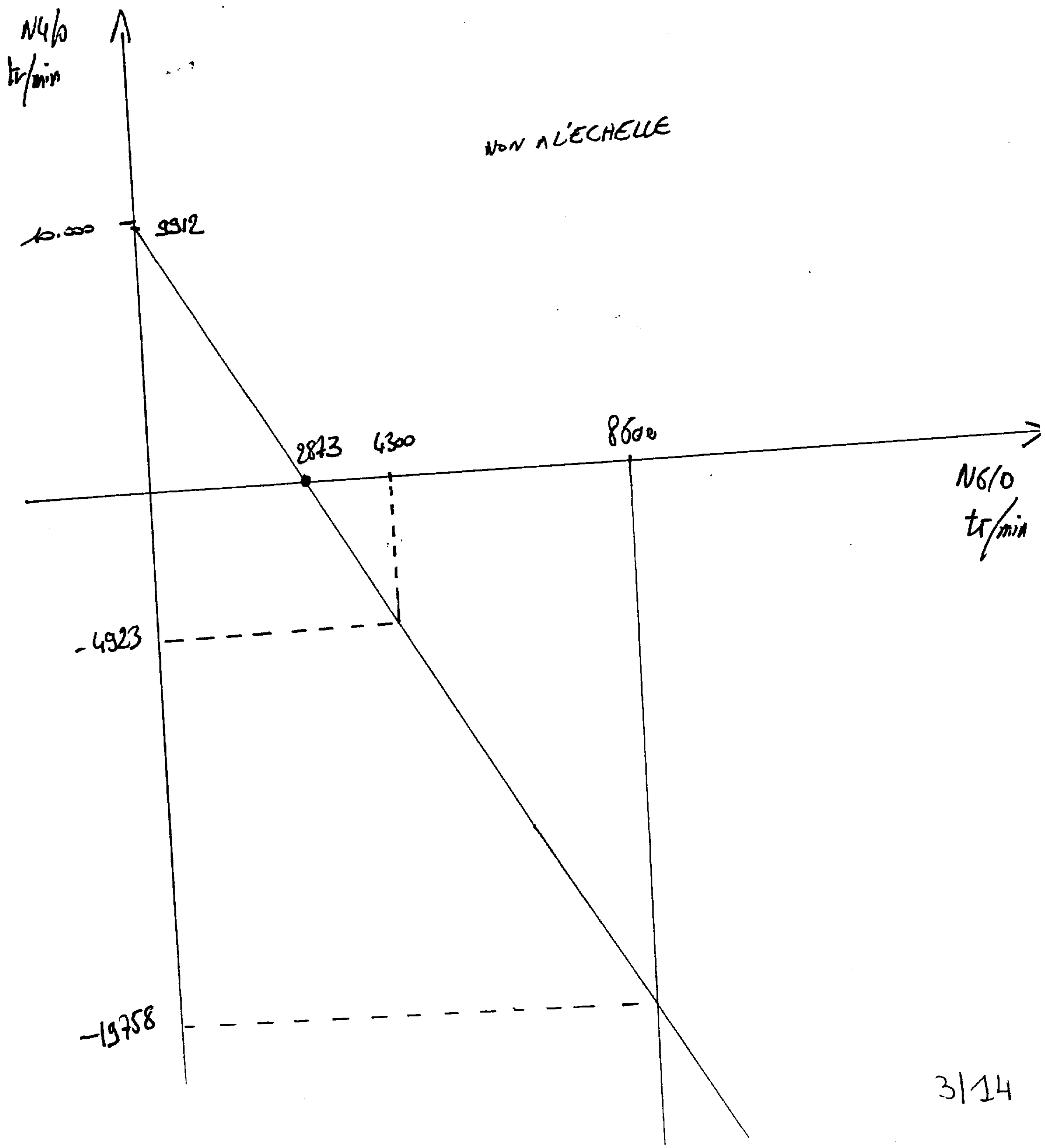
$N4/0 = f(N6/0)$

avec (3) $N4/0 = 1,652 \times 6000 - 3,45\ N6/0$

$N4/0 = 9912 - 3,45\ N6/0$

On reconnait l'équation d'une droite

Si $\begin{cases} N6/0 = 4300 \text{ alors } N4/0 = -4923 \text{ tr/min} \\ N6/0 = 8600 \text{ alors } N4/0 = -19758 \text{ tr/min} \end{cases}$



CORRIGÉ

Deuxième partie : Etude du régulateur hydraulique

MEMRMAT1/Bis

Q8 : $\overrightarrow{\Omega_{7/0}} = +6000 \cdot \vec{x}$

Q9 : $\dfrac{N_{8/0}}{N_{7/0}} = \dfrac{-Z_{7b}}{Z_{8a}} = -\dfrac{55}{56} = -0{,}982$

d'où $N_{8/0} = 5893$ tr/min

$\overrightarrow{\Omega_{8/0}} = -5893 \cdot \vec{x}$

Q10 : $\left\{ \mathcal{V}^{c}_{8/0} \right\}_E = \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{\Omega_{8/0}} = -5893 \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$

Q11 : $\left\{ \mathcal{V}^{c}_{9/0} \right\}_I = ?$ $\quad \dfrac{N_{9/0}}{N_{8/0}} = -\dfrac{Z_{8b}}{Z_9} = -\dfrac{16}{57} = -0{,}28$

d'où $\boxed{\left\{ \mathcal{V}^{c}_{9/0} \right\}_I = \left\{ \begin{matrix} +1654 \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_I}$

Q12 : Loi de mouvement pour ce MCU ($N_{4/0} = cte$) avec $\theta_0 = 0$

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_9 = 0 \\ \dot{\theta}_9 = \omega_{9/0} = \dfrac{\pi \times 1654}{30} = 173{,}2 \text{ rd.s}^{-1} \\ \theta_9 = 173{,}2\, t \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} \ddot{\theta}_9 = 0 \\ \dot{\theta}_9 = \omega_{9/0} = 173{,}2 \\ \theta_9 = 173{,}2\, t \end{matrix}}$$

CORRIGÉ

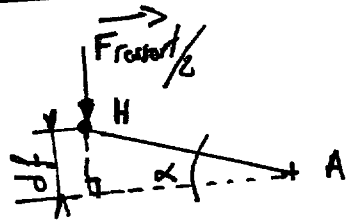
PARTIE B : Etude technologique du régulateur

Q14 : L'intérêt de pré-contraindre le ressort est d'augmenter le rendement

Q15 : $k = \dfrac{G \cdot d^4}{8 \cdot n \cdot D^3} = \dfrac{82000 \times (0,5)^4}{8 \times 6 \times 6^3} = 0,49$

$\boxed{k = 0,49 \text{ N/mm}}$

Q16 :



$\sin\alpha = \dfrac{df}{HA} \Rightarrow df = HA \cdot \sin\alpha = \lambda \cdot \sin\alpha$

$F = k \cdot f$

$F = k\,(f_0 + df) = k\,(f_0 + \lambda \sin\alpha)$

$\boxed{F = 0,49\,(5 + 14 \sin\alpha)}$

le ressort agissant sur les 2 masselottes on a $\boxed{\dfrac{F}{2} = 0,49\,(5 + 14 \sin\alpha)}$ ... (1)

Etude du réglage manuel sur le système roue 12 et vis sans fin.

Q17 : La roue 12 a une hélice à droite et $\beta_r = 4°$
donc la vis aura également une hélice à droite, et $\beta_{vis} = 86°$

Q18 : voir DR 2 $\overrightarrow{\Omega_{12/0}} = -\,\omega_{12/0} \cdot \vec{x}$

$\overrightarrow{\Omega_{vis/0}} = +\,\omega_{vis/0} \cdot \vec{y}$

Q19 : pas de la vis : → 1,5 mm . Donc 1 tour de 12 $\xrightarrow{\text{comprime}}$ 1,5 mm

$\frac{1}{15}$ tour $= 0,066 \leftarrow$ 0,1 mm

de plus $\dfrac{N_{12}}{N_{vis}} = \dfrac{Z_{filet}}{Z_{12}} = \dfrac{1}{54} = 0,0185$, d'où $\theta_{vis} = \dfrac{\theta_{12}}{0,0185} = \dfrac{0,066}{0,0185} = 3,6$ tour

$\boxed{\theta_{vis} = 3,6 \text{ tours}}$

Q20 : Pour que le système soit irréversible, il faut $\gamma_{vis} < 5°$ (ressource GDI) ce qui est le cas ici puisque $\gamma_{vis} = 4°$! donc le système est irréversible !

PARTIE C : Etude dynamique sur une masselotte

Q21 : $\overrightarrow{\Omega_{22/0}} = \overrightarrow{\Omega_{22/9}} + \overrightarrow{\Omega_{9/0}}$

$= \underset{0}{\dot{\alpha}}\,\overrightarrow{z_2} + \omega_{9/0}\cdot\overrightarrow{x_1}$ d'où $\underline{\overrightarrow{\Omega_{22/0}} = \omega_{9/0}\cdot\overrightarrow{x_1}}$

Q22 : 1ère méthode

- $\overrightarrow{V^A_{9/0}} = OA\cdot\omega_{9/0}\cdot\overrightarrow{z_1} = a\cdot\omega_{9/0}\cdot\overrightarrow{z_1}$
- $\overrightarrow{V^A_{9/0}} = \overrightarrow{V^A_{9/22}} + \overrightarrow{V^A_{22/0}}$

A centre d'articulation de 9 et 22 donc $\overrightarrow{V^A_{9/22}} = 0$

$\overrightarrow{V^A_{9/0}} = \overrightarrow{V^A_{22/0}}$

- $\overrightarrow{V^G_{22/0}} = \overrightarrow{V^A_{22/0}} + \overrightarrow{GA}\wedge\overrightarrow{\Omega_{22/0}}$

$\overrightarrow{GA} = -\frac{\ell}{2}\overrightarrow{x_2}$

ds R_1 $\overrightarrow{GA} = \left|\begin{array}{l} -\frac{\ell}{2}\cos\alpha\cdot\overrightarrow{x_1} \\ -\frac{\ell}{2}\cdot\sin\alpha\cdot\overrightarrow{y_1} \\ 0 \end{array}\right.$

$$\overrightarrow{V^G_{22/0}} = a\cdot\omega_{9/0}\cdot\overrightarrow{z_1} + \left|\begin{array}{l} -\frac{\ell}{2}\cos\alpha \\ -\frac{\ell}{2}\sin\alpha \\ 0 \end{array}\right. \wedge \left|\begin{array}{l} \omega_{9/0} \\ 0 \\ 0 \end{array}\right.$$

$$\boxed{\overrightarrow{V^G_{22/0}} = \omega_{9/0}\left(a + \frac{\ell}{2}\sin\alpha\right)\cdot\overrightarrow{z_1}}$$

2ème méthode

on part de $V = R\cdot\omega$

$R = KG$

$KG = \left(a + \frac{\ell}{2}\sin\alpha\right)$

d'où on trouve très rapidement

$$\boxed{\overrightarrow{V^G_{22/0}} = \omega_{9/0}\left(a + \frac{\ell}{2}\sin\alpha\right)\overrightarrow{z_1}}$$

$$\left\{\mathcal{V}^c_{22/0}\right\} = \left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega_{22/0}} = \omega_{9/0}\cdot\overrightarrow{x_1} \\ \overrightarrow{V^G_{22/0}} = \omega_{9/0}\left(a + \frac{\ell}{2}\sin\alpha\right)\cdot\overrightarrow{z_1} \end{array}\right\}_{G\,(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})}$$

CORRIGÉ

Q23 : 1ère méthode

- $\vec{\Gamma}^A_{9/0} = \vec{\Gamma}^A_{N\,9/0} + \underbrace{\vec{\Gamma}^A_{T\,9/0}}_{=0}$ $\quad \ddot{\theta}_{9/0} = 0$

$\vec{\Gamma}^A_{9/0} = -OA\cdot\omega_{9/0}^2\cdot\vec{y_1}$

$\vec{\Gamma}^A_{9/0} = -a\cdot\omega_{9/0}^2\cdot\vec{y_1}$

- A centre d'articulation de 9 et 22, donc $\vec{\Gamma}^A_{9/22} = \vec{0}$

d'où $\vec{\Gamma}^A_{9/0} = \vec{\Gamma}^A_{22/0}$

- $\vec{\Gamma}^G_{22/0} = \ ?$

$$\frac{d\vec{V}^G_{22/0}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\omega_{9/0}\cdot\left(a+\frac{\ell}{2}\sin\alpha\right)\cdot\vec{z_1}\right)$$

$$= \omega_{9/0}\left(a+\frac{\ell}{2}\sin\alpha\right)\cdot\frac{d\vec{z_1}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{z_1}}{dt} = \vec{\Omega}_{9/0}\wedge\vec{z_1} = \begin{vmatrix}\omega_{9/0}\\0\\0\end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix}0\\0\\1\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0\\-\omega_{9/0}\cdot\vec{y_1}\\0\end{vmatrix}$$

d'où $\boxed{\vec{\Gamma}^G_{22/0} = -\omega_{9/0}^2\left(a+\frac{\ell}{2}\sin\alpha\right)\vec{y_1}}$

2ème méthode

On sait que $\vec{\Gamma}^A_{T\,9/0} = \vec{0}$

et que $\vec{\Gamma}^A_{N\,9/0} = -R\cdot\omega^2\cdot\vec{y_1}$

on trouve directement avec $R = KG = \left(a+\frac{\ell}{2}\sin\alpha\right)$

$\vec{\Gamma}^G_{22/0} = -\left(a+\frac{\ell}{2}\sin\alpha\right)\cdot\omega_{9/0}^2\cdot\vec{y_1}$

Beaucoup plus rapide !

Q24 : $\{\mathcal{C}_{C\,22/R_0}\} = \left\{\begin{matrix} m\vec{V}^G_{22/R_0} \\ \vec{\sigma}_G(22/R_0)\end{matrix}\right\}_G$ dans $\mathcal{R}_2$ car la matrice est exprimée dans cette base.

$$\vec{\sigma}_G(22/0) = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{m\ell^2}{12} & 0\\ 0 & 0 & \frac{m\ell^2}{12}\end{bmatrix}\cdot\vec{\Omega}_{22/0}$$

⚠ dans $\mathcal{R}_2$

$$\vec{\Omega}_{22/0} = \omega_{9/0}\cdot\vec{x_1} = \begin{vmatrix}\omega_{9/0}\cdot\cos\alpha\cdot\vec{x_2}\\ -\omega_{9/0}\cdot\sin\alpha\cdot\vec{y_2}\\ 0\end{vmatrix}$$

CORRIGÉ

$$\overrightarrow{\Gamma_{G(2/0)}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ml^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{ml^2}{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \omega_{g/0} \cdot \cos\alpha \\ -\omega_{g/0} \cdot \sin\alpha \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma_{G(2/0)}} = -\frac{ml^2}{12} \cdot \omega_{g/0} \cdot \sin\alpha \cdot \vec{y_2}}$$

Q 25

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma_{G(2/0)}} = \begin{vmatrix} \frac{ml^2}{12} \cdot \omega_{g/0} \cdot \sin^2\alpha \\ -\frac{ml^2}{12} \cdot \omega_{g/0} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \\ 0 \end{vmatrix}_{R_1}}$$

Q26 :

$$\left\{\mathcal{C}_{dyn\ 2/R_0}\right\} = \left\{ \begin{matrix} m\overrightarrow{\Gamma^G_{2/0}} \\ \overrightarrow{\delta_{G\ 2/0}} \end{matrix} \right\}_{(x_1, y_1, z_1)}$$

- $m\overrightarrow{\Gamma^G_{2/0}} = -m\,\omega_{g/0}^2\left(a + \frac{l}{2}\sin\alpha\right) \cdot \vec{y_1}$

- $\overrightarrow{\delta_{G(2/0)}} = \frac{d}{dt}\underbrace{\left(\frac{ml^2}{12} \cdot \omega_{g/0} \cdot \sin^2\alpha\right)}_{cte}\vec{x_1} + \frac{d}{dt}\underbrace{\left(-\frac{ml^2}{12} \cdot \omega_{g/0}\sin\alpha\cos\alpha\right)}_{cte} \cdot \vec{y_1}$

$$\frac{d\vec{x_1}}{dt} = \overrightarrow{\Omega_{g/0}} \wedge \vec{x_1} = \begin{vmatrix} \omega_{g0} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\frac{d\vec{y_1}}{dt} = \overrightarrow{\Omega_{g/0}} \wedge \vec{y_1} = \begin{vmatrix} \omega_{g0} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{g/0} \end{vmatrix}$$

d'où $\overrightarrow{\delta_{G\ 2/0}} = -\frac{ml^2}{12}\omega_{g/0}^2 \sin\alpha\cos\alpha \cdot \vec{z_1}$

d'où

$$\left\{\mathcal{C}_{dyn\ 2/R_0}\right\} = \left\{ \begin{matrix} -m\,\omega_{g/0}^2\left(a + \frac{l}{2}\sin\alpha\right) \cdot \vec{y_1} \\ -\frac{ml^2}{12}\omega_{g/0}^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot \vec{z_1} \end{matrix} \right\}_{G(x_1, y_1, z_1)}$$

CORRIGÉ

Q27 : Action du ressort $\left\{\mathcal{T}_{ressort}\right\} = \left\{\begin{matrix} -\frac{F_{ressort}}{2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{H, R_1}$

Q28 : Poids : $\left\{\mathcal{T}_{poids}\right\} = \left\{\begin{matrix} -m.g & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{G, R_1}$

Q29 : $\begin{cases} \sum \overrightarrow{F_{ext}} \to 22 = m \overrightarrow{\Gamma^{G}_{22/0}} \\ \sum \overrightarrow{\mathcal{M}(F_{ext})/G} = \overrightarrow{\delta_{22/0}} \end{cases}$

$/\vec{x_1}$: $\boxed{X_A - mg - \frac{F_{ressort}}{2} = 0 \quad \dots (2)}$

$/\vec{y_1}$: $\boxed{Y_A = -m.\omega_{S/0}^2 \left(a + \frac{\ell}{2}\sin\alpha\right) \dots (3)}$

- $\overrightarrow{\mathcal{M}^t_G} = \overrightarrow{\mathcal{M}^t_A} + \overrightarrow{GA} \wedge \overrightarrow{R_A}$

$= \vec{0} + \begin{vmatrix} -\frac{\ell}{2}\cos\alpha \\ -\frac{\ell}{2}\sin\alpha \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\ell}{2} Y_A\cos\alpha + \frac{\ell}{2} X_A \sin\alpha \end{vmatrix}$

- $\overrightarrow{\mathcal{M}^t_G} = \overrightarrow{\mathcal{M}^t_H} + \overrightarrow{GH} \wedge \overrightarrow{R_H}$

$= \vec{0} + \left(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AH}\right) \wedge \overrightarrow{R_H}$

$= \begin{vmatrix} -\frac{\ell}{2}\cos\alpha + \lambda\sin\alpha \\ -\frac{\ell}{2}\sin\alpha - \lambda\cos\alpha \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} -\frac{F_{ressort}}{2} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{F_r}{2}\left(\frac{\ell}{2}\sin\alpha + \lambda\cos\alpha\right) \end{vmatrix}$

$/\vec{z_1}$ $\boxed{-\frac{\ell}{2} Y_A\cos\alpha + \frac{\ell}{2} X_A\sin\alpha - \frac{F_r}{2}\left(\frac{\ell}{2}\sin\alpha + \lambda\cos\alpha\right) = -\frac{m\ell^2}{2}\omega_{S/0}^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha} \quad \dots (4)$

et n'oublions pas $\boxed{\frac{F_{ressort}}{2} = 0{,}49\,(5 + 14\sin\alpha)} \quad \dots (1)$

CORRIGÉ

(2) $X_A - 0{,}176 = 2{,}45 + 6{,}86\sin\alpha$

$$\boxed{X_A = 2{,}626 + 6{,}86\sin\alpha}$$

(3) $Y_A = -18.10^{-3} \cdot 173{,}2^2 \left(13.10^{-3} + 15.10^{-3}\sin\alpha\right)$

$$\boxed{Y_A = -7 - 8{,}1\sin\alpha}$$

(4) $-15.10^{-3}(-7 - 8{,}1\sin\alpha)\cos\alpha + 15.10^{-3}(2{,}626 + 6{,}86\sin\alpha)\sin\alpha$

$-\left(0{,}49(5 + 14\sin\alpha)\right)\left(15.10^{-3}\sin\alpha + 14.10^{-3}\cos\alpha\right) =$

$-\dfrac{18.10^{-3}.(30.10^{-3})^2}{2} . 173{,}2^2 . \sin\alpha\cos\alpha$.

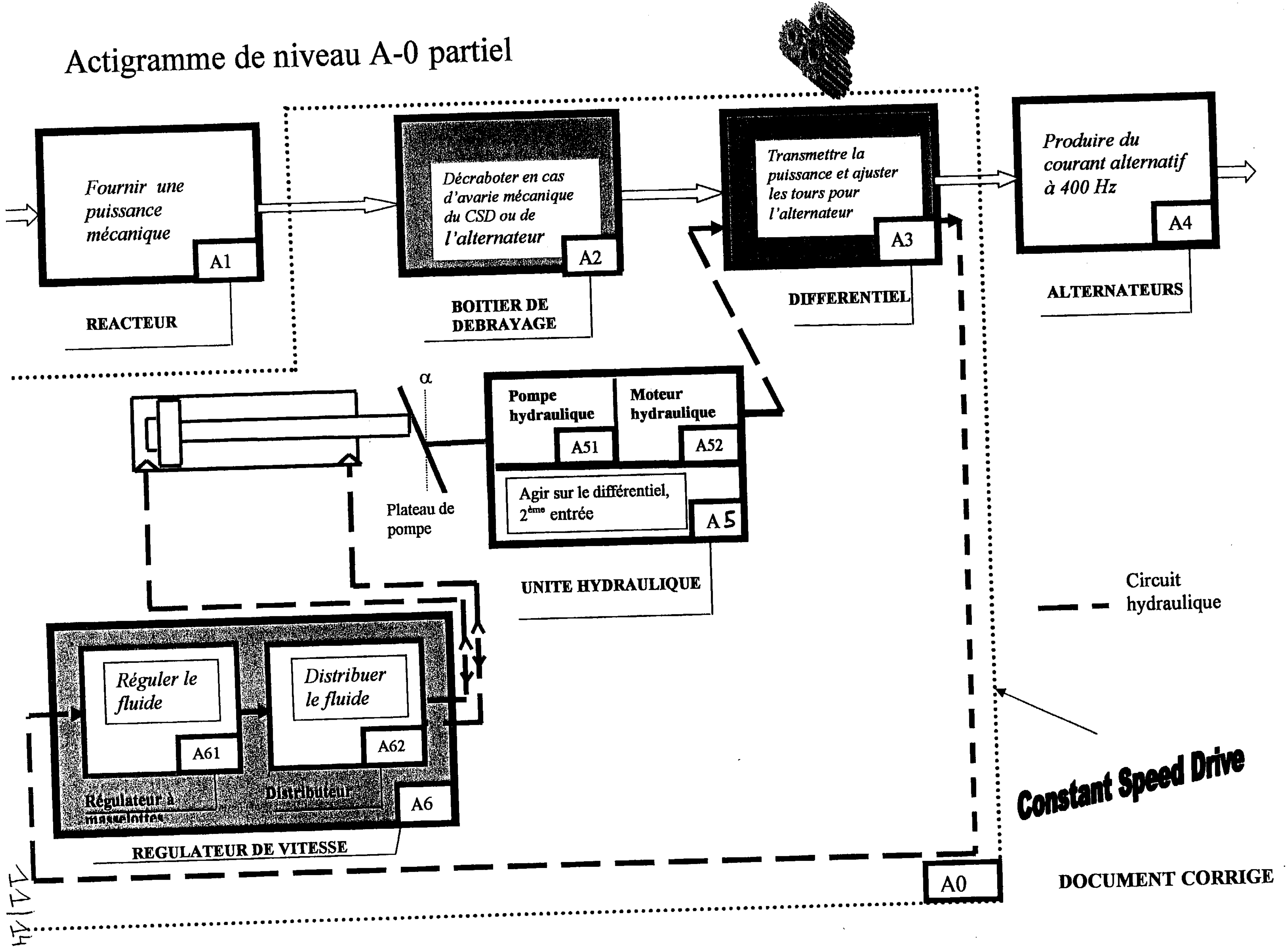
$\Rightarrow$ $0{,}105\cos\alpha + 0{,}121\sin\alpha\cos\alpha + 0{,}039\sin\alpha + 0{,}103\sin^2\alpha$

$-\left[0{,}036\sin\alpha + 0{,}034\cos\alpha + 0{,}11\sin^2\alpha + 0{,}096\sin\alpha\cos\alpha\right]$

$= -0{,}243\sin\alpha\cos\alpha$

$\Rightarrow$ $$\boxed{0{,}268\sin\alpha\cos\alpha + 0{,}071\cos\alpha + 0{,}003\sin\alpha - 0{,}007\sin^2\alpha = 0}$$

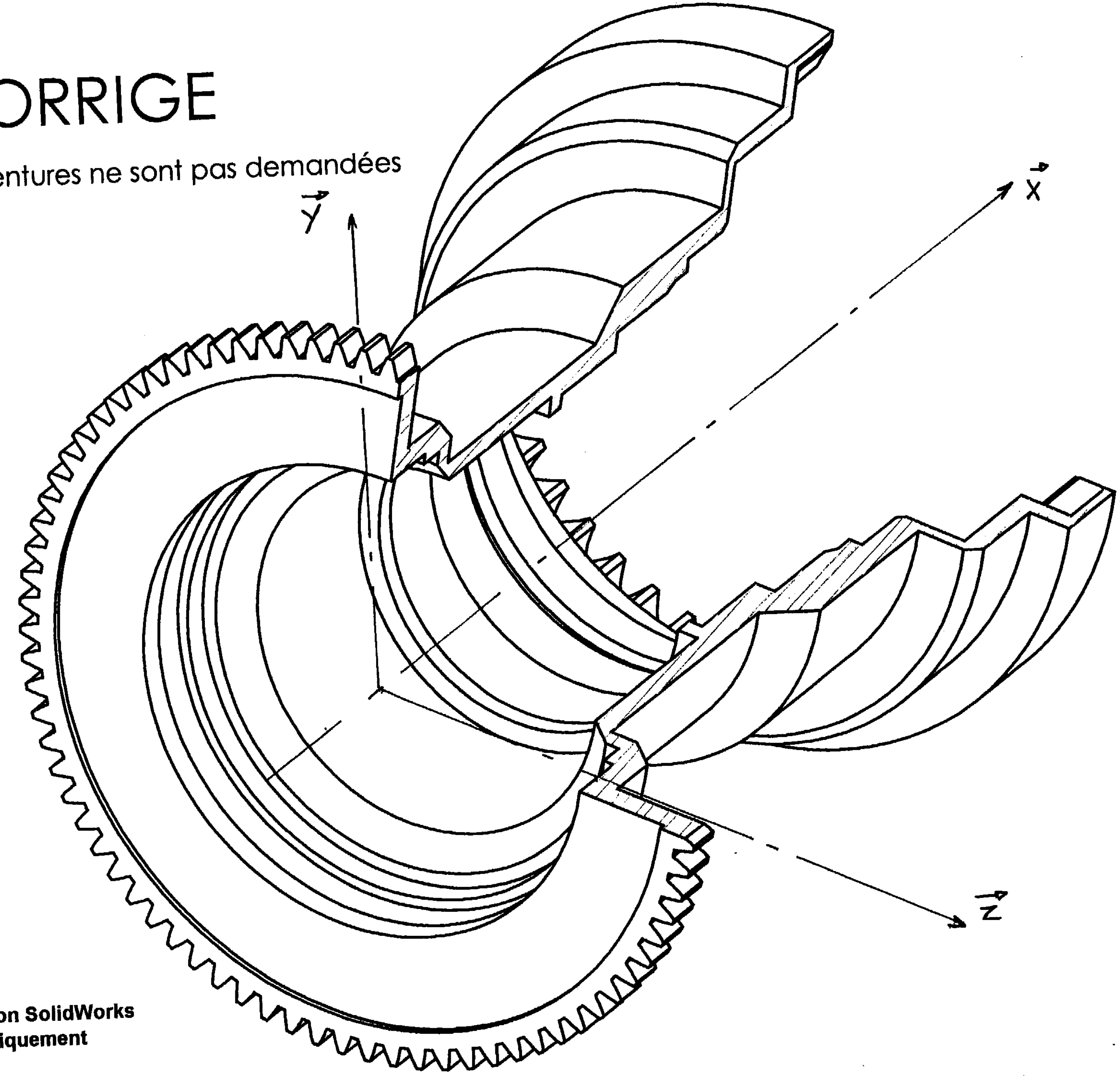
Actigramme de niveau A-0 partiel



DOCUMENT CORRIGE

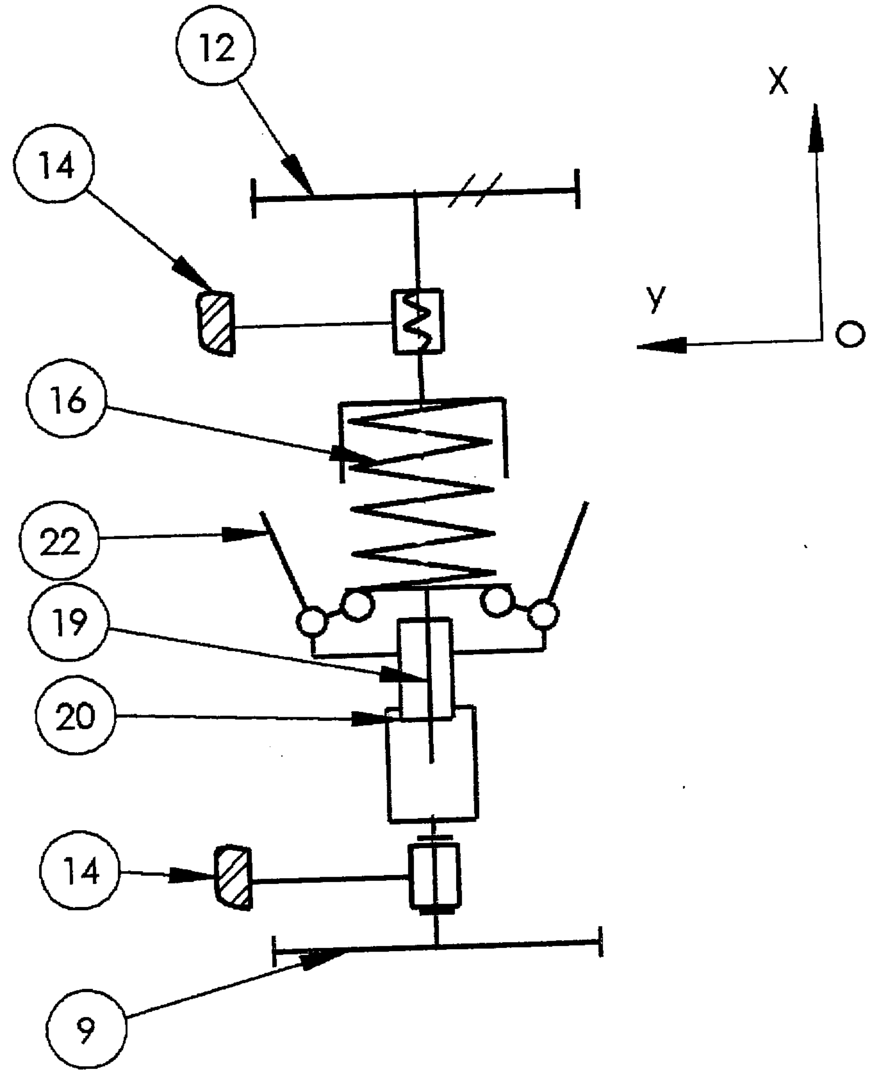
CORRIGE

N.B: Les dentures ne sont pas demandées

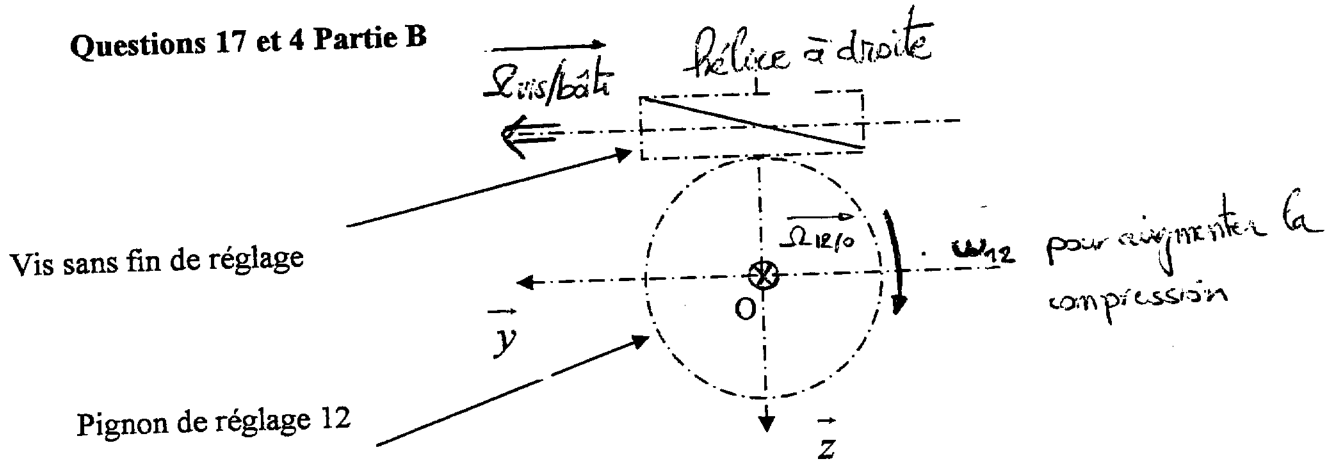


Question 13 Partie B CORRIGE

Compléter le schéma cinématique du régulateur à masselottes avec les pièces 9, 12, 14, 16, 19, 20, 22 avec **une couleur par pièce !**



Questions 17 et 4 Partie B



4ème partie : Calcul de l'arbre cannelé

- Calcul du couple moteur : $P = C_M \cdot w_M \Rightarrow C_M = \frac{P}{w_M} = \frac{64 \times 736}{\frac{\pi \times 6000}{30}}$

$$\boxed{C_M = 75\ N.m}$$

- Utilisation de l'abaque : $\phi d = 26 mm$
  - → série forte $n = 10$; $s' = 19,5\ mm^2/mm$
  - → " moyenne $n = 6$; $s' = 10$
  - → " légère $n = 6$; $s' = 8,57$

- $P \leq \underset{5 Mpa}{p_{adm}}$.

$$\frac{T}{S_{matée}} \leq 5 \Rightarrow \frac{C_M}{s' \times L \times R_{moy}} \leq 5$$

$$d'où \quad L \geq \frac{C_M}{5 \times R_{moy} \times s'}$$

$$D_{moy} = \frac{32 + 26}{2} = 29 \rightarrow r_{moy} = 14,5$$

$$\boxed{L \geq \frac{75.10^3}{5 \times 14,5 \times s'}}$$

- série forte $L \geq 53 mm$
- " moyenne $L \geq 103,4$
- " légère $L \geq 120,7 mm$.

Brochage des cannelures : $L < 2,5d$ càd $L < 2,5 \times 26$

$L < 65 mm$.

Donc nous sommes obligés de prendre la série forte

avec $\boxed{\begin{array}{l} n = 10 \\ s' = 19,5 \\ L \geq 53 mm \end{array}}$